

應廣儀

國立中山大學音樂系專任教授

相較於西方的國家，數字與音樂的關係對華人而言，是一種非常熟悉的語言。在國內的音樂教育下，每個人都會閱讀簡譜，而所謂的簡譜就是以數字 1 至 7 來代表五聲調式或是調性音階中的音級，例如：D 大調，1 為 D，2 為 E，以此類推。這樣的記譜簡單又容易瞭解，但由於所使用的數字有限，比較適合音域在三個八度之內的樂曲。而西方音樂於二十世紀的理論探討上也將數字與音高做了連結，為了突破調性的束縛，音級的概念以半音為單位，一個八度中的十二個半音相對以數字 0 至 11 為代號，例如：當 D 等於 0 時，D[#]為 1，G 則為 5。

事物間的關係有所謂的近連結與遠連結，就像調性音樂中的關係有近系調與遠系調之分。近連結的定義，也就是兩者之間的關聯性可以很直接的相互聯想；遠連結的定義，則是兩者之間的關連性需要經過轉換或是透過推敲重新組合與整理才看到其關聯性。本文將從自己的作品中介紹數字與音樂連結的運用及可能性。

《生日快樂》(Happy Birthday)是一首鋼琴獨奏曲，創作於 2005 年，緣起於慶祝盧炎老師七十五歲生日。為了表達其意義，選擇了延伸葛登能(Martin Gardner，美國作家，1914-) 將字母轉換成數字的想法，之後再以音級的概念，將其數字轉為音名，例如：將英文字母 O 視為 0 是最容易的一個，其餘的字母轉變成 1 至 9，或是合體則需要發揮一些想像力了。整首作品都是由這些(Happy Birthday) 數字轉成音名後創作而成。希望盧老師的人生如此曲般，充滿著生日快樂的祝福。(參閱圖表一)

圖表一：數字對照表的可能性¹

數字	可能轉換的字母
1	T, I (I 的大寫), l (L 的小寫), J
2	N, u, z
3	M, W, E
4	f, h, i
5	s
6	a, e, G, C, b, d, g, p, q
7	r, v
8	T, i
9	a, e, G, C, b, d, g, p, q

數字對照表中的數字或是字母選用多種字體呈現，以增加讀者對相關字型的想像力。6 和 9 因為可以看成是自身的倒影，所以分享了相同的可能性。觀察數字與字母的相關性時，需要運用各種不同的角度去想像，例如：「4」旋轉至九十度時變成「f」，旋轉至一百八十度時變成「h」；「6」的反面可以看成「a」；「9」的反面可以看成「e」等。當字母都轉換成數字時，就運用半音為單位的音級概念，當 C = 0 時，1 就是 C[#]，2 就是 D，依此類推，組合出標題的旋律。「happy」的數字組合為 4、6、10、10、4。「Birthday」的數字組合為 1/3、1、7、1、4、0/1、6、4。當時將 p 以 1 和 0 的數字相連合體成為 10，所以「happy」的數字轉換成音名時即為 E，F[#]，A[#]，A[#]，E 等。而「Birthday」的數字轉換時因為有 1/3(B 以 1 和 3 的相連合體)和 0/1(d 以 0 和 1 的相連合體)，如果將其轉變為雙音，那麼這些音名即為 C[#]/D[#]，C[#]，G，C[#]，E，C/C[#]，F[#]，E 等。所轉換出來的這些「音名」將創作為作品的動機音高且貫穿全曲。除此之外，另外還有一組音名則是來自將標題的數字轉為兩音之間的「音程」。1 代表一個半音，2 代表兩個半音，以此類推，同時當數字呈現反轉或倒影時，則以下行音程計算。所以以 E 為起音時，第一個數字是 4 的反轉，因此下行四個半音後，第二個音是 C，第二個數字為 6 的側面倒影，因此再下行六個半音，第三個音則為 F[#]，同理推算，第四個音在上行十個半音後是 E，第五個音和第六個音分別是 D 和 F[#]。「B」為 1 和 3，因此從 F[#]開始算上行一個半音為 G，從 G 再上行三個半音為 B^b，所以此雙音為 G/B^b，以此同理類推，之後所得

¹應廣儀。《五年之養》。(高雄：春輝出版社，2008)：25。在原本的圖表中新增了一些可能性。

到的音名為 B、E、D[#]、B、C/B、F[#]、A[#]。將此兩組音名的順序固定，並以音列的創作手法處理，包含：按照順序片段的重複，移位、倒影、逆行、和逆行倒影等手法。整首作品所有音高的進行皆來自於這兩組定名為「轉換音名」和「轉換音程」的音列。²（參閱譜例一）

（譜例一）中的 P 是指原形（prime form），兩組音列的第一個音都是從 E 開始，所以皆是 E=0。「轉換音名」的那組音高是以原形(P0)呈現，「轉換音程」的那組音高則是原形的移高二個半音(P2)。整首作品的音高都是由此兩組音名的變形（倒影、逆行、逆行倒影）或是移位所構成，也是作曲家第一次使用此種方式創作旋律音高，是一首屬於遠連結的範例。³

譜例一：《生日快樂》，第 31-34 小節⁴

轉換音程 P2

31

Happy Birthday

這首作品運用了四次由「轉換音程」音列所創作的旋律，音域從低音逐次升高，最後在高音域結束；同時此四次出現的音列從四倍音值的逆行開始，然後是三倍音值的倒影，再來是兩倍音值的倒影逆行，最後才是等比例的原形。（參閱譜例二）

² 應廣儀，24-27。

³ 應廣儀，27。

⁴ 同上註。

譜例二：《生日快樂》，「轉換音程」數字組合的旋律

逆行



倒影

13



25 倒影逆行



31 原形



另外一組由「轉換音名」音列所創作的動機與旋律，則是從高音聲部開始，經過多次的發展後，最後結束在相對的低音聲部，兩組的旋律也同時形成一種音域的轉換。(參閱譜例三)

從(譜例二)的整理可以看到音列所使用的形式，以及音值上的比例。(譜例三)則呈現前三次旋律開始的部分，第四次的呈現請參考(譜例一)。在(譜例三)的高音聲部樂曲開始時亦可聽到以「轉換音名」為旋律的素材，出現了四次的「happy」後「Birthday」才進入。

譜例三：《生日快樂》，a)第 1-4 小節，b)第 13-16 小節，c)第 25-28 小節

a)

Happy Birthday

轉換音名 Adagio 應廣儀

Piano

轉換音程

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

37

38

39

40

41

42

43

44

45

46

47

48

49

50

51

52

53

54

55

56

57

58

59

60

61

62

63

64

65

66

67

68

69

70

71

72

73

74

75

76

77

78

79

80

81

82

83

84

85

86

87

88

89

90

91

92

93

94

95

96

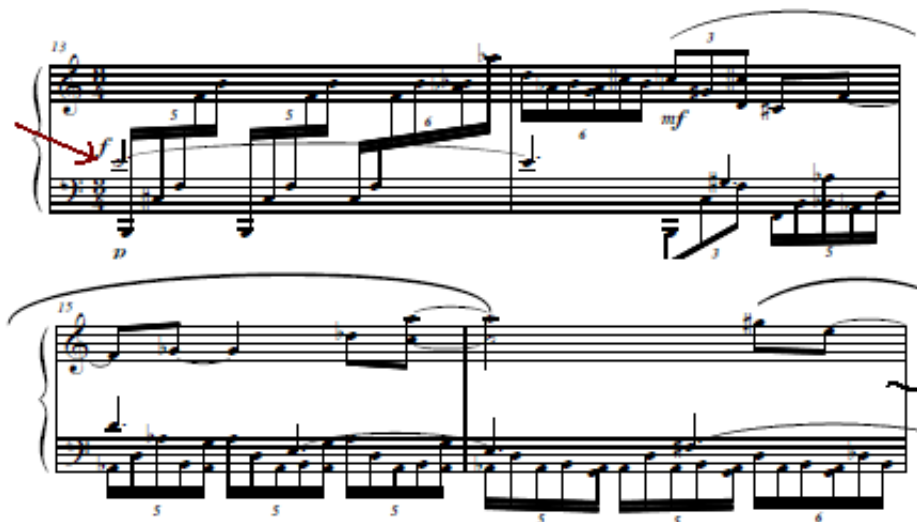
97

98

99

100

b)



c)



文字上的敘述是屬於具體的呈現手法，而音樂常常也是為了表達某些事件或是意境，所以這種藉由英文字母轉換為旋律或是動機的創作方式，之後在其他的作品中也時有可見。2012 年的鋼琴獨奏作品《向德布西致敬》(Homage to Debussy)也是運用相同的手法，但由於轉換的過程可以有多項選擇，每次所產生的音名都不盡相同，這也是另外一個數字變化的有趣之處。

叁、數字與節奏的連結

拍號其實就是運用數字來代表某種節奏型態。節奏中數字上的安排也可以運用與黃金比例相關的費氏數列，巴斯卡（Blaise Pascal，法國哲學家、數學家，1623-1662）三角形定理，質數或其他等。質數的定義有包括數字 1 或不包括數字 1 的爭論，但在此不予討論其爭論點，而只將其餘的數字來源做一個簡單的解釋：假設 n 是大於 1 的自然數，並且除了 1 與自身 n 之外沒有其它的因數，那麼 n 就是質數。所以在此條件下質數為：2、3、5、7、11、13、17、19、23 …。

鋼琴小品《童言童語》創作於 2005 年，樂曲的「拍號」或所謂的「音群組」則是依照質數來設計。以十六分音符為基礎單位，音樂上的進行分別為：5/16，7/16，10/16（當時只是為了記譜上的方便，但實際上以五個音為一組，所以每個小節還是可以看成兩個 5/16）、11/16、7/16、5/16 和 3/16 等。3、5、7 和 11 都是質數。（參閱譜例四）

譜例四：《童言童語》

The musical score for '童言童語' (Childlike Words) is presented in two systems. The first system begins with a tempo marking of 72 and a dynamic marking of *mp*. It features a 5/16 time signature and a 7/16 time signature, with a (5+5) grouping. The second system features a 10/16 time signature and a crescendo marking (*cresc.*). The score is written for piano with treble and bass staves.

11

11

12

13

f

14

14

15

16

17

17

18

19

20

20

cresc.

ff

21

22

23

23

dim.

24

25

(5+5)

26 *f*

29 *mf*

33 *p* *dim.*

38 *pp*

作品中拍號所用到的最大質數是 11，數字分別為 5、7、5、11、5、7、5、3，最後一小節則停在備受爭論的自然數 1，也就是拍號 1/16。樂曲上的音名也從開始 5/16 拍的五個音，增加至 7/16 拍的七個音，然後在增加到 11/16 拍的十一個音，音名 $F^\sharp$ 是最後一個音，全曲也只有出現這一次。若是將 38 小節視為小尾奏，其之前音群組所用的數字為，5、7、5、11、5、7、5，也是一組不可逆行的數字。由於音樂上運用的數字顯而易見，此曲的節奏部分可以算是近連結的範例。

「費氏序列」是由費波那契（Leonardo Fibonacci，義大利數學家，1170-1250）所發現的一個數列，它由 0 和 1 開始，之後的數為前面兩個數字的總和，例如：0、1、1、2、3、5、8、13、21、34、55、89、144、233 …。此序列進行至愈後面時，前後緊緊相連的兩個數字會愈接近黃金分割數的 0.618，因而常常會與「黃金分割」聯想。「黃金分割」又稱為「黃金比例」常見於建築、美術或是設計的相關議題之中，在近代音樂的分析中也是一個常常被提及的名詞。

《童言童語》的節奏是屬於質數，但是拍號之間的音群組數則是屬於費氏序列，例如：拍號 5/16 用了 3 組(三小節)，7/16 用了 5 組(五小節)，5/16 用了 8 組(10/16 相當於兩個 5/16 共有四小節)，11/16 用了 13 組(十三小節)，以此類推。所使用的組數為 3、5、8、13、8、5、3、2、1，這些都是「費氏序列」中的數字。這部分的連結雖然也很明顯，但是比較間接。

拍號上運用質數當然是比較容易掌握數字的感覺，但也可以運用在觸擊點上。若是觸擊點隨著質數列遞增或遞減，節奏上的密度也因此而可以有所調整。當質數列遞增於相同的時間內時，節奏感因為有漸強的效果而顯得更為緊湊，反之，當質數列遞減於相同的時間內時，節奏感因為有漸弱的效果而呈現出漸慢與逐步削減的張力。這些理論其實與傳統所使用的節奏型態都是相通的，只是在音群組內音符的數目上避免了傳統的 3、4、6 或 8 等而希望能藉由質數的不可平均分割性（2 除外）達到一些微妙的感受。《四重奏》創作於 2005 年，是一首寫給聲樂，單簧管，大提琴和擊樂的室內樂作品。記譜上同時運用了時間記譜與拍號記譜，因此無法給予小節數或是將音樂從開始至此的明確時間標出，因為接近尾聲，所以時間從結束點倒回來算反而較為清楚。（參閱譜例五）

譜例五：《四重奏》，結束前約 1:10-0:35 秒⁵

The musical score is for a four-part ensemble: Voice (V.), Clarinet (Cl.), Violoncello (Vc.), and Percussion (Perc.). The Voice part features lyrics in Chinese and Pinyin: 世 界 之 間 有 一 個 人 在 呼 吸 世 界 之 間 有 一 個 人 在 呼 吸. The score includes time signatures 13 and 120, and a circled measure number 19. The music is written in a complex, non-standard notation with various symbols and colors (red, green, blue).

⁵ 應廣儀，46-47。

25 30

V. 末 滿 登 處
lái xù mǎn dēng chù

Cl.

Vc.

Perc.

17

35 40 45

V. 歸 去 留
guī qù liú

Cl. 13

Vc.

Perc.

11

(譜例五)中音樂由大提琴聲部先開始奏出十九個觸擊點，擊樂聲部緊接著演奏十七個觸擊點，再由單簧管聲部緊接著演奏十三個觸擊點，然後交由聲樂聲部唱出十一個觸擊點。音樂隨著質數的遞減，之後的觸擊點，再由擊樂聲部演奏七個，大提琴聲部演奏五個及聲樂聲部的三個，全曲最後則是以一個長音齊奏結束。19、17、13、11、7、3 和 1 都是質數，而且以遞減的方式進行，可以預測音樂的節奏逐漸緩慢下來。雖然是以中國散板的自由節奏方式進行，但運用相對性的空間記譜並加上秒數的約束，節奏密度依然可以明確的被掌握。這首作品的歌詞是採用蘇軾的「定風波」，歌詞如下：

莫聽穿林打葉聲，何妨吟嘯且徐行。
竹杖芒鞋輕勝馬，誰怕？一蓑煙雨任平生。
料峭春風吹酒醒，微冷。山頭斜照卻相迎。
回首向來蕭瑟處，歸去。也無風雨也無晴。

整首作品以三種不同的方式表達詩詞的情境，女高音聲部尤其顯著：第一次以朗誦的方式呈現、第二次是以歌唱的方式呈現、第三次則是融入器樂的表達中，歌詞已不再具有任意義。雖然第三次時仍將蘇軾的詞全部以注音符號的發音方式敘述一遍，但那只是音色與節奏上的差別，詞意與旋律已不重要。女高音聲部不再被視為主唱的角色，融入器樂的互動，灑脫的意境才是重點。

利用質數列中數字的增減來製造節奏密度上的張力與鬆弛，其手法亦出現在其他作品中，例如：創作於 2004 年《給一個定音鼓的獨奏曲》和創作於 2006 年《三重奏第三號》-給單簧管，低音管和鋼琴等。

肆、數字與結構的連結

音樂是時間的藝術，用「費氏序列」的手法分析德布西作品時，小節數或許吻合其數字上的關連，但加入了速度上的變化術語時，視覺上是符合「黃金比例」，但聽覺上卻產生了時間上的差異。如何讓聽覺上也可以達到所謂的「黃金比例」是 2002 年創作《三重奏第二號》的緣起。此曲共有兩個樂章，第一樂章的結構與材料運用設計上都與「黃金比例」及其中所應用之「費氏序列」緊緊相扣。

為了讓聽覺上的時間感更接近「黃金比例」，《三重奏第二號》數字上的運用是以四分音符為單位。樂曲的動機，樂句，段落，素材的變化都在比例的設計中。樂曲由鋼琴聲部開始，五拍之後，小提琴聲部進入，再過三拍，大提琴進入，第一個樂句包含了十三拍；第二個樂句有八拍，如譜例所標示；第三個樂句做了些許的延伸，它的結束連接了第四個樂句的開始，又隔了二十一個四分音符之後進入了第五個樂句。另外，動機音高的使用上，第一個樂句中只出現 F、C、B，三個音；第二樂句開始時才加入了 A[#]，而 A[#]其實是來自 F、C、B 的倒影 F、A[#]、B。F、A[#]、B、C 這個四音音組的結構若是以四個半音的音程移位兩次，音階中的十二個半音就會完整的呈現，例如：F、A[#]、B、C，A、D、D[#]、E，和 C[#]、F[#]、G、G[#]。(參閱譜例六)

譜例六：《三重奏第二號》，第 1-16 小節

Adagio ♩ = 60

Violin

Violoncello

Piano

Ped. _____

5 3 5

8 5

5 5

ppp *mp* *ppp*

mp *ppp*

mp

ppp *p* *ppp*

p *ppp*

mp

Ped. _____

1/3 Ped. _____

10

3

5

f

mf

Ped.

1/3 Ped.

14

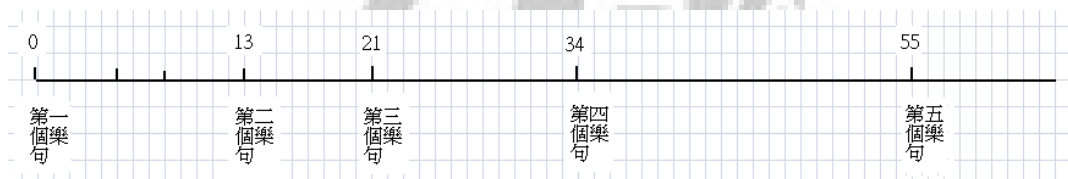
f

Ped.

1/3 Ped.

在數字的計算上，第一個樂句鋼琴從 0 開始，小提琴是在第 5 點進入，大提琴在第 8 點進入(植樹問題，因為從 0 開始，5 是指分隔點)，之後每個樂句的開始都在 13、21、34、55 等的點上，這些數字都是依照「費氏序列」的順序進行。(參閱圖表二)

圖表二：《三重奏第二號》，第一個樂句至第五個樂句的開始點



由於四音音組本身的特殊性，其出現的方式也影響了樂曲音高的安排與設計，第一次移位的 A、D、D[#]、E 四個音出現在從第 34 點所開始的第四個樂句；第二次移位的 C[#]、F[#]、G、G[#] 四個音則出現在從第 144 點所開始的段落。音名出現的位置不同自然影響音樂的色彩，在第 144 點(41 小節)之前，是屬於八音音樂，只使用八個音名，在此之後才聽到十二音音樂。

隨著序列的進行，相隔的數字會越來越大，例如：89、144、233、377 等，若是單以一個樂句來設計，樂句會變得太長，所以從第 89 點開始，費氏序列之後進行的數字是段落開始的點，但是段落中的樂句組成仍維持在序列中較小的數字上。(參閱譜例七)

譜例七：《三重奏第二號》，第 17-26 小節



Musical score for measures 20-22. The score is written for four staves: two treble staves and two bass staves. The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 4/4. Measure 20 starts with a *mf* dynamic in the bass staff. Measures 21 and 22 feature a *f* dynamic in the treble staves. The music includes triplets and a large slur spanning across measures 21 and 22.



Musical score for measures 23-25. The score is written for four staves: two treble staves and two bass staves. The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 4/4. Measure 23 starts with a *f* dynamic in the treble staves. Measures 24 and 25 feature a *f* dynamic in the treble staves. The music includes triplets, a quintuplet in measure 25, and a large slur spanning across measures 24 and 25.

25

sf

3

sf

3

25

sf

sf

3

3

(譜例七)第 17 到 21 小節結束是一個樂句，四分音符的單位組合是 21 ($8+5+8$)；第 22 到 24 小節結束是另外一個樂句，四分音符的單位組合是 13 ($8+5$)。由於音型的改變，可以聽出從 25 小節是另一個段落的開始。所以從第 17 到 24 小節是由兩個樂句構成的小段落，其單位數是 21 和 13，總和為 34，同時樂句中的素材也是由 5 和 8 相連而成，5、8、13、21、34 都是屬於「費氏序列」中的數字。

由於整首作品都是按照「費氏序列」中的數字來設計，所以自然而然就可以達到「黃金比例」的效果，例如：全曲共有 377 個四分音符的長度，整首樂章的高潮點在第 233 點，除了力度達到最強 *fff* 之外，只有出現一次並由三個樂器同時齊奏的完整旋律也是從這個點開始。(參閱譜例八)

譜例八：《三重奏第二號》，第 67-75 小節

This musical score is for Example 8, measures 67-75, from 'Trio No. 2'. It is written for a piano trio consisting of Violin, Viola, and Piano. The key signature has one flat (B-flat) and the time signature is 3/4. The score is divided into two systems. The first system covers measures 67 to 75. Measures 67 and 68 are marked 'espressivo' and 'ff' (fortissimo). The Piano part in measure 67 features a triplet of eighth notes followed by sixteenth-note runs, with sixteenth-note groupings of six and six. Measures 69 through 75 continue the Piano's melodic line with sixteenth-note runs, while the Violin and Viola provide harmonic support with eighth and sixteenth notes. The second system covers measures 76 to 84. Measures 76 and 77 are marked 'ff' and 'espressivo'. The Piano part continues with sixteenth-note runs, including groupings of six and six. Measures 78 through 84 show the Violin and Viola playing eighth-note patterns, with the Piano providing a steady accompaniment of sixteenth notes. The score concludes with a double bar line at measure 84.

69

Musical score for measures 69-70. The score is in 3/4 time. The piano part features a complex sixteenth-note pattern in the left hand, with measures 69 and 70 marked with a '6' indicating a sixteenth-note group. The right hand of the piano part has chords and single notes. The upper staves show a melody with a half note and a quarter note in measure 69, and a half note and a quarter note in measure 70.

71

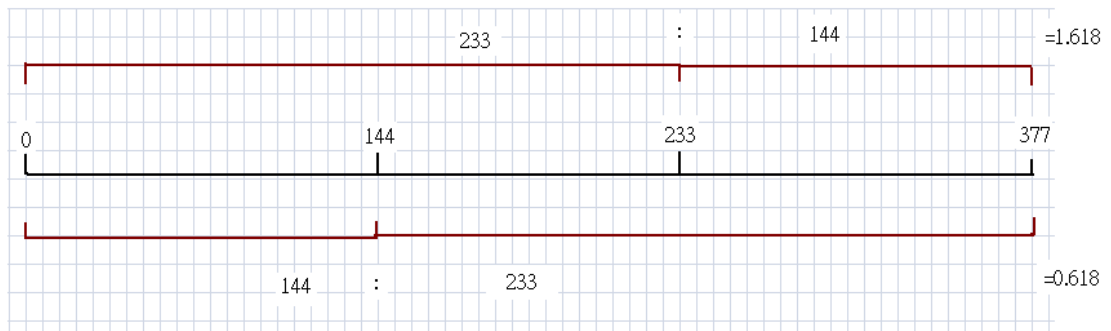
Musical score for measures 71-72. The score is in 3/4 time. The piano part features a complex sixteenth-note pattern in the left hand, with measures 71 and 72 marked with a '6' indicating a sixteenth-note group. The right hand of the piano part has chords and single notes. The upper staves show a melody with a half note and a quarter note in measure 71, and a half note and a quarter note in measure 72. A '10' is written above the piano part in measure 72, and an '8va' is written above the right hand of the piano part in measure 72.

Musical score for measures 73-76. The score is written for four staves: two for a vocal or instrumental melody and two for piano accompaniment. The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 3/4. Measures 73 and 74 feature a melody with a triplet of eighth notes. Measures 75 and 76 continue the melody with a triplet of eighth notes. The piano accompaniment consists of chords and single notes, with a triplet of eighth notes in the right hand of measure 76. A dashed line separates measures 73-74 from measures 75-76.

Musical score for measures 75-76. The score is written for four staves: two for a vocal or instrumental melody and two for piano accompaniment. The key signature is one sharp (F#) and the time signature is 3/4. Measures 75 and 76 feature a melody with a triplet of eighth notes. The piano accompaniment consists of chords and single notes, with a triplet of eighth notes in the right hand of measure 76. A dashed line separates measures 73-74 from measures 75-76.

233 比 377，所得到的數字是 $0.618037\dots$ ，因為是一個無理數，只取小數點後三位數 0.618 ，此數字與黃金分割數的 0.618 是完全相同(黃金分割數也是一個無理數，運用或分析時通常只取用小數點後面三位數)。以 $233:377$ 來計算，第 233 點是「黃金比例」的比例點，另外的計算方式也可以有長和短的相互比例，例如： $233:144$ ，其數字為 1.618 ，或是 $144:233$ ，其數字為 0.618 。不論是長比短或是短比長的計算方式，由於皆為「費氏序列」中的數字，其結果都符合黃金分割數的比例美感。(參閱圖表三)

圖表三：《三重奏第二號》，兩個重要點於樂章中的黃金比例



從(圖表三)中看到第 144 點和第 233 點都是重要的比例位置：第 233 點已如前所述，是全曲的最高潮位置；第 144 點(第 41 小節)除了力度第一次達到 *ff* 之外，從此進入十二音音樂，全曲上也是一個非常重要的轉換位置。(參閱譜例九)

譜例九：《三重奏第二號》，第 40-45 小節

40

cresc.

ff

espressivo

40

sf

ff

sf

43

43

由於整首作品的樂句，段落，素材的設計都是運用黃金分割的概念，所以只要是從段落的點來分析，每一個段落或是樂句的比例都會符合「黃金比例」。除了比例關係之外，整體音樂的設計也是由動機開始，逐漸的堆疊，素材逐漸的加入而達到樂曲的最高潮，之後又逐漸的淡出。最後結尾時，小提琴聲部和大提琴聲部在高音域演奏長音 B，鋼琴聲部則以 B、C、F 三個音依序出現，以逆行的方式呼應開始的 F、C、B 結束此曲。

《三重奏第二號》的第一樂章因為是依照「費氏序列」的數字設計，所以在結構上可以屬於近連結。第二樂章雖然也運用了與「費氏序列」相關的設計，但想法上與《童言童語》類似，所以就不在此複述。

伍、結語

與數字相關的事物常常發生於生活的周遭，隨處可見。數字與音樂可以在音高(音名)，節奏和結構上做多樣化的連結，除了上述所討論的作品之外，不論是近連結或是遠連結都應該還有許多的可能性。謹藉此拋磚引玉，期待大家在數字上的想像能發揮於音樂創作中。

